Quatre prérequis mathématiques pour les représentations internes des réels (les nombres à virgule)

1.La normalisation d’un nombre réel

La normalisation d’un nombre réel consiste à transformer ce nombre pour que sa partie entière ait un et un seul chiffre différent de zéro.

Ex :

En base 10 : 0.0001325 = 1.325 \* 10-4

1245.23 = 1.24523 \* 103

En base 2 : 0.00010101 = 1.0101 \* 2-4

1011.01 = 1.01101 \* 23

Note : si on reprend le dernier exemple : 1.01101 est la mantisse, 2 est la base et 3 est l’exposant.

2.Retrouver le nombre sans exposant à partir d’un nombre normalisé

C’est l’inverse de la section précédente.

Ex : Écrire le nombre sans exposant

En base 10 : 6.5837 \* 102 = 658.37

4.5 \* 10-2 = .045

En base 2 : 1.1101 \* 21 = 11.101

1.1 \* 2-1 = .11

Remarque : en base 2, la mantisse d’un nombre normalisé commence toujours par 1. (Pourquoi ?)

Exercice1 : Normaliser les nombres suivants :

1. 100101.12
2. .000392810
3. 678.3610
4. 1.10102

Solution

1. 1.001011 \* 25
2. 3.928 \* 10-4
3. 6.7836 \* 102
4. 1.1010 \* 20

Exercice2 : Écrire les nombres suivants sans exposant :

1. 5.678 \* 103
2. 2.4 \* 10-3
3. 1.11 \* 2-2
4. 1.0011 \* 22

Solution

1. 5678
2. .0024
3. .0111
4. 100.11

3.La transformation de la partie fractionnaire de décimal à binaire

On multiplie la partie fractionnaire par 2 jusqu’à ce qu’on obtienne zéro ou un développement périodique. (Nous ne verrons que ces deux cas)

Ex 1 :

0.37510 = ( )2

.375 \* 2 = **0**.750

.750 \* 2 = **1**.5

.5 \* 2 = **1**.0 --🡪 fin

Réponse : 0.**011**

Ex 2 :

0.410 = ( )2

0.4 \* 2 = **0**.8

.8 \* 2 = **1**.6

.6 \* 2 = **1**.2

.2 \* 2 = **0**.4 --🡪 on est revenu au départ

Réponse : 0.**0110** (surligné en jaune =la période)

Exercice : Transformez les valeurs suivantes en binaire

1. 0.2510
2. 0.810
3. 0.310

Solution

a) .25 \* 2 = **0**.5

.5 \* 2 = **1**.0 --🡪 fin

Réponse : 0.**01**

b)

.8 .6 .2 .4 .8

\*2 \*2 \*2 \*2 \*2

---- ---- ---- ---- ----

**1**.6 **1**.2 **0**.4 **0**.8 1.6 …

Réponse : 0.1100

c)

.3 .6 .2 .4 .8 .6

\*2 \*2 \*2 \*2 \*2 \*2

---- ---- ---- ---- ---- ----

0.6 1.2 0.4 0.8 1.6 1.2 …

Réponse : 0.01001

4.La transformation de la partie fractionnaire de binaire à décimal

On fait la somme de chaque chiffre binaire multiplié par sa valeur positionnelle (rang). Les rangs sont négatifs pour les chiffres après le point.

Ex :

0.0112 = ( )10

0 + (1 \* 2-2) + (1 \* 2-3)

= 1/22 + 1/23

= ¼ + 1/8

= 0.25 + 0.125 = 0.375

Réponse = 0.375

Exercice : Transformez les valeurs suivantes en décimal

1. 0.12
2. 0.10110

Solution

a) (1 \* 2-1) = 1/21 = 0.510

b) (1 \* 2-1) + (1 \* 2-3) = ½ +1/8 = 0.5 + 0.125 = 0.62510

Représentation interne des réels (point flottant 32 bits)

31 30 23 22 0

|  |
| --- |
| s  i  g exposant mantisse  n  e |

1. Convertir la partie entière du nombre décimal en binaire
2. Convertir la partie fractionnaire du nombre décimal en binaire
3. Concaténer
4. Normaliser pour obtenir la forme : mantisse \*base exposant
5. Convertir l’exposant obtenu à l’étape 4 selon la méthode *Excès 127* et placer le résultat dans les bits 30 à 23 incl
6. Enlever le premier *un* de la mantisse et placer celle-ci dans les bits 22 à 0 (arrondir si nécessaire)
7. Bit de signe (bit 31) : 0 pour les positifs et 1 pour les négatifs
8. Convertir en hexadécimal

Exemple : Donner la représentation interne point flottant 32 bits (simple précision) de 3.5

1. 310 = 112
2. .510 = .12
3. 11.1
4. 1.11 \* 21
5. Méthode excès 127 : on additionne la valeur 127 à l’exposant trouvé à l’étape 4 :

1 + 127 = 12810 = 100000002

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 10000000 |  |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
|  | 10000000 | 11000000000000000000000 |

|  |  |  |
| --- | --- | --- |
| 0 | 10000000 | 11000000000000000000000 |

1. 40600000